

Geometria I

CdL in Matematica, Università dell'Insubria

Prova scritta del 10 dicembre 2014

Giustificare sempre le risposte.

1. Vero o falso? [se vero spiegate perchè, se falso esibite un controesempio]
 - (a) In qualunque spazio topologico i sottospazi compatti sono chiusi.
 - (b) Un chiuso in uno spazio compatto è compatto.
 - (c) Un sottospazio di cardinalità infinita in uno spazio compatto non può essere discreto.

2. Dimostrare che l'unica topologia metrizzabile su un insieme finito è la topologia discreta.

3. Classificare a meno di omeomorfismi i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^2 (con la topologia euclidea).
 - (a) una retta;
 - (b) l'unione di due rette parallele;
 - (c) l'unione di due rette incidenti;
 - (d) $\{(x, y) \mid xy = 1\}$.

4. Si consideri il sottospazio di \mathbb{R}^3 (con la topologia euclidea) così definito:
$$X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, z \in [0, 1]\}.$$
 - (a) Si calcoli (motivando la risposta) il gruppo fondamentale di X .
 - (b) Si calcoli il gruppo fondamentale di $\mathbb{R}^3 \setminus X$.