

Geometria I

CdL in Matematica

Università di Pavia

Prova scritta del 7 settembre 2021

Giustificare sempre le risposte.

1. [15 punti] Sia \mathcal{C} la conica di equazione

$$\mathcal{C}: 3x^2 + 3y^2 + 2xy + 2\sqrt{2}x = 0$$

nel piano euclideo \mathbb{E}^2 .

- (a) La si classifichi dal punto di vista euclideo e affine. Determinare l'equazione canonica euclidea e l'equazione canonica affine.
 - (b) Determinare il cambiamento di coordinate euclidee e il cambiamento affine necessari affinché assuma l'equazione canonica.
 - (c) Si scriva l'equazione della chiusura proiettiva di \mathcal{C} in $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ e se ne calcolino i punti impropri.
2. [17 punti] Si discutano le seguenti affermazioni [se vero spiegate perchè, se falso esibite un controesempio] Sia $f: X \rightarrow Y$ un'applicazione continua e suriettiva tra spazi topologici.
- (a) Se f è chiusa, allora è un omeomorfismo.
 - (b) Se f è chiusa, allora è un'identificazione (cioè la topologia su Y è la topologia quoziente).
 - (c) Se Y ha la topologia discreta e $|Y| > 1$ allora X ha la topologia discreta.
 - (d) Se Y ha la topologia discreta e $|Y| > 1$ allora X non è connesso.
 - (e) Se X ha la topologia concreta allora Y è compatto.